

ΑΡΧΗ 1 ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : ΔΥΟ (2)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$ για δυο διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ του επιπέδου, εφόσον :

$\vec{\alpha}, \vec{\beta} \nparallel y'y$.

Μονάδες 10

A2. Έστω δυο σημεία E και E' ενός επιπέδου. Τι ονομάζουμε έλλειψη με εστίες E και E' στο συγκεκριμένο επίπεδο;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Για κάθε διάνυσμα $\vec{a}$ ισχύει: $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.

β) Η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $x \cdot y_1 + x_1 \cdot y = \rho^2$.

γ) Έστω δυο διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ τέτοια ώστε $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$, τότε ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$.

δ) Η εφαπτομένη της έλλειψης $\frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ στο σημείο της $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $\frac{x \cdot x_1}{\beta^2} + \frac{y \cdot y_1}{a^2} = 1$.

ε) Αν για τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ του καρτεσιανού επιπέδου ισχύει $\vec{a} \parallel \vec{\beta}$ τότε $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = -1$.

Μονάδες 2Χ5=10

ΘΕΜΑ Β

Έστω παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κορυφές $A(1,2)$, $B(2,-2)$ και κέντρο $O(2,0)$.

B1. Να βρείτε τις συντεταγμένες των Γ και Δ .

Μονάδες 6

B2. Να βρείτε το εμβαδόν του $AB\Gamma\Delta$.

Μονάδες 8

B3. Να βρεθεί η εξίσωση της $A\Gamma$.

Μονάδες 6

B4. Να βρείτε την προβολή του $\overline{AB}$ στο $\overline{A\Delta}$.

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 1 ΗΣ ΑΠΟ 2 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2 ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία $A(3,1)$, $B(5,4)$ και $\Gamma(\lambda^2 - 4\lambda + 4, 4 - 2\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι το σημείο Γ κινείται σε παραβολή με εξίσωση $y^2 = 4x$ καθώς το λ μεταβάλλεται στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 7

Γ2. Να βρείτε τις εφαπτόμενες της παραπάνω παραβολής που άγονται από το σημείο $(-2, 0)$.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε τα $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε τα σημεία A, B, Γ να είναι συνευθειακά.

Μονάδες 5

Γ4. Για $\lambda=4$ να βρείτε την εξίσωση του κύκλου C με κέντρο το Γ ο οποίος εφάπτεται της ευθείας AB .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + \sqrt{2}|\vec{\alpha} + \vec{\beta}|x - \sqrt{2}|\vec{\alpha} - \vec{\beta}|y + 2\vec{\alpha}\vec{\beta} = 0$ **(1)** με $\vec{\alpha}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} \neq \vec{\beta}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η **(1)** παριστάνει κύκλο C με ακτίνα $\rho = |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|$

Μονάδες 7

Δ2. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι μοναδιαία και κάθετα ,

α. Να δείξετε ότι το κέντρο του κύκλου είναι $K(-1,1)$ και η ακτίνα του $\rho = \sqrt{2}$.

Μονάδες 8

β. Να βρεθεί η εξίσωση της έλλειψης με εστίες στον $x'x$ η οποία έχει εστιακή απόσταση ίση με το διπλάσιο της διαμέτρου του κύκλου και μήκος μεγάλου άξονα ίσο με το τετραπλάσιο του μήκους της χορδής που αποκόπτει ο κύκλος από τον $y'y$.

Μονάδες 5

γ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της παραπάνω έλλειψης που είναι κάθετη στη ευθεία με εξίσωση $y=2x+2011$.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Γράψτε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων τα οποία θα παραδώσετε μαζί με το γραπτό στο τέλος της εξέτασης.
2. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό.
3. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
4. Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
5. Διάρκεια εξέτασης : Δυο (2) ώρες.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μισή ώρα από την έναρξη.

Καλή επιτυχία και καλό καλοκαίρι!!

Ο Διευθυντής

Οι εισηγητές

ΤΕΛΟΣ 2 ΗΣ ΑΠΟ 2 ΣΕΛΙΔΕΣ