



ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΤΑΞΗ: Β'

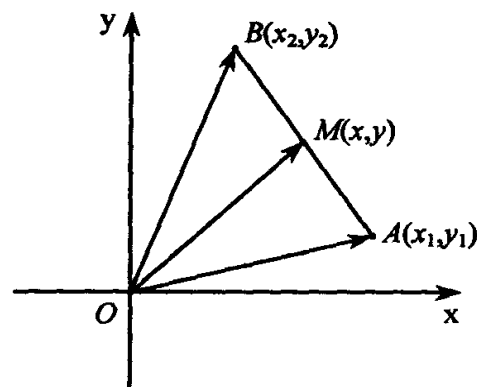
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1.

- A. Θεωρούμε δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ του καρτεσιανού επιπέδου και $M(x, y)$ το μέσο του AB . Αν δίνεται ότι

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}), \text{ να αποδείξετε ότι:}$$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ και } y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



Μονάδες 10

- B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων είναι πάντα θετικός αριθμός. Σ Λ
2. Αν για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ ισχύει $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$, τότε είναι: $\vec{\beta} = \vec{\gamma}$. Σ Λ
3. Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία αν και μόνο αν $A \neq 0$ ή $B \neq 0$. Σ Λ
4. Στην παραβολή με εξίσωση $y^2 = 2px$ η απόσταση της εστίας από την διευθετούσα είναι ίση με p . Σ Λ
5. Η εκκεντρότητα μιας έλλειψης είναι πραγματικός αριθμός του διαστήματος $(0, 1)$. Σ Λ

Μονάδες $3 \times 5 = 15$

ΘΕΜΑ 2.

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$ και $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\beta})} = \frac{2\pi}{3}$.

Αν $\vec{u} = 4\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{\beta} - \vec{\alpha}$ να βρεθούν:

α) Το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Μονάδες 5

β) Τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$. Μονάδες 10

γ) Η γωνία $\hat{\phi} = \widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$. Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3.

α) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(2\lambda+1, -2\lambda+1)$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 09

β) Να υπολογίσετε την απόσταση της αρχής των αξόνων $O(0, 0)$ από την ευθεία

$$\chi + \psi - 2 = 0.$$

Μονάδες 07

γ) Να βρείτε ποιο σημείο της $\chi + \psi - 2 = 0$ απέχει από την αρχή των αξόνων O την ελάχιστη απόσταση.

Μονάδες 09

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η παραβολή $y^2 = 2\alpha x$ και ο κύκλος $x^2 + y^2 = 3\alpha^2$ με $\alpha > 0$.

α) Να αποδείξετε ότι η παραβολή και ο κύκλος τέμνονται σε δύο ακριβώς σημεία, από τα οποία το ένα είναι το $A(\alpha, \alpha\sqrt{2})$.

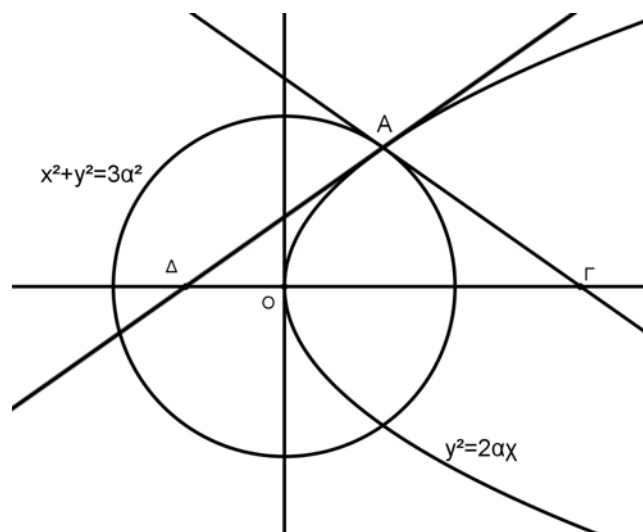
Μονάδες 07

β) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου και της παραβολής στο σημείο A . Στην συνέχεια να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες αυτές τέμνουν τον άξονα x στα σημεία $\Gamma(3\alpha, 0)$ και $\Delta(-\alpha, 0)$ αντίστοιχα.

Μονάδες 08

γ) Να βρείτε την τιμή του α , ώστε το τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ να έχει εμβαδόν $E = 8\sqrt{2}$.

Μονάδες 10



ΟΔΗΓΙΕΣ

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για τα σχέδια.

Διάρκεια εξέτασης δύο (2) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

«Η ΙΔΙΟΦΥΙΑ ΕΙΝΑΙ 1% ΕΜΠΝΕΥΣΗ ΚΑΙ 99% ΔΟΥΛΕΙΑ»