

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΔΕΥΤΕΡΑ 30 ΜΑΪΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ
ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Να αποδειχθεί ότι : Για κάθε διάνυσμα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ ισχύει η σχέση :
$$\vec{\alpha}(\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \vec{\alpha}\vec{\beta} + \vec{\alpha}\vec{\gamma}$$
 Μονάδες 12
- B. Έστω E' και E δύο σημεία ενός επιπέδου. Τι ονομάζεται
έλλειψη με εστίες τα σημεία E' και E ; **Μονάδες 5**
- Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό
σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος**
- Γ1. Η ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\eta} = (B, -A)$
- Γ2. Η εφαπτόμενη του κύκλου με κέντρο το $O(0,0)$ και ακτίνα ρ στο σημείο
του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση : $xx_1 + yy_1 = \rho^2$
- Γ3. Η εξίσωση $y^2 = 2px$ παριστάνει μία παραβολή . Ο αριθμός p
λέγεται παράμετρος της παραβολής και παριστάνει την απόσταση
της εστίας από την διευθετούσα της.
- Γ4. Δύο ελλείψεις με τον ίδιο λόγο $\frac{\alpha}{\beta}$ λέγονται όμοιες . **Μονάδες 8**

ΘΕΜΑ 2^ο

- Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\overrightarrow{AB} = -\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = 3\vec{\alpha}$. Δίνεται ότι
 $|\vec{\alpha}| = 1$, $|\vec{\beta}| = 2$ και $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\beta})} = \frac{\pi}{3}$.
- i) να υπολογισθεί το γινόμενο $\vec{\alpha} \vec{\beta}$. **Μονάδες 6**
- ii) αν M είναι το μέσον της πλευράς $B\Gamma$ να εκφρασθεί το $\overrightarrow{AM}$
συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. **Μονάδες 6**
- iii) αν $\overrightarrow{A\Delta}$ η προβολή του $\overrightarrow{AM}$ στην $\overrightarrow{A\Gamma}$ ναδειχθεί
οτι $\overrightarrow{A\Delta} = 2\vec{\alpha}$ **Μονάδες 8**
- iv) ναδειχθεί ότι $\overrightarrow{AB} \parallel (\text{προβ}_{\overrightarrow{A\Gamma}} \overrightarrow{AM} - 4\vec{\beta})$ **Μονάδες 5**

ΘΕΜΑ 3⁰

Δίνεται η εξίσωση :

$$x^2 + y^2 + (\lambda + 5)x - (\lambda + 3)y - (\lambda + 8) = 0 \quad (1).$$

- ι) να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε η (1) να παριστάνει κύκλο. **Μονάδες 8**
- ιι) αν C ο κύκλος που προκύπτει, αν στην (1) θέσουμε $\lambda=3$,
να βρεθούν το κέντρο K και η ακτίνα ρ του κύκλου C. **Μονάδες 4**
- ιιι) να γραφεί η εξίσωση της παραβολής C_1 , που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων O, άξονα συμμετρίας τον xx' και έχει διευθετούσα την ευθεία $x = x_0$, όπου x_0 η τετμημένη του κέντρου K, του κύκλου C. **Μονάδες 8**
- ιiv) να γραφεί η εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο το $A(1, -4)$ και διέρχεται από την εστία της παραβολής C_1 . **Μονάδες 5**

ΘΕΜΑ 4⁰

Δίνεται η εξίσωση : $(2\alpha - 1)x - (3\alpha + 1)y + \alpha - 5 = 0 \quad (1).$

- ι) ναδειχθεί ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\alpha \in R$. **Μονάδες 5**
- ιι) για $\alpha \neq -\frac{1}{3}$, να βρεθεί η ευθεία της (1) που είναι παράλληλη στην
η: $6x - 4y + 2 = 0$. **Μονάδες 6**
- Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: 3x - 2y + 6 = 0$
- ιιι) να βρεθεί η απόσταση του $K(1, -1)$ από την (ε) **Μονάδες 5**
- ιiv) A το σημείο τομής της (ε) με τον xx'
B το σημείο τομής της (ε) με τον yy'
Να βρεθεί ο γ.τ. των σημείων του επιπέδου $M(x, y)$ ώστε το
εμβαδόν του τριγώνου $(ABM) = 1$. **Μονάδες 9**