



ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΥΟ (2)

ΘΕΜΑ Α

- A.1.** Αν τα διανύσματα $\vec{a}$, $\vec{\beta} \nparallel \gamma\gamma$ έχουν συντελεστές διεύθυνσης $\lambda_1 = \lambda_{\vec{a}}$ και $\lambda_2 = \lambda_{\vec{\beta}}$, να αποδείξετε ότι: $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$. **(Μονάδες 10)**
- A.2.** Τι ονομάζουμε παραβολή με διευθετούσα την ευθεία δ και εστία το σημείο E , που δεν ανήκει στη δ ; **(Μονάδες 5)**
- A.3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Το διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$ είναι παράλληλο στην ευθεία $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$. **(Μονάδες 2)**
- β)** Η έλλειψη $c: \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ έχει κορυφές τα σημεία $A'(0, -\alpha)$, $A(0, \alpha)$, $B'(-\beta, 0)$ και $B(\beta, 0)$. **(Μονάδες 2)**
- γ)** Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο όταν $A \neq 0$ ή $B \neq 0$. **(Μονάδες 2)**
- δ)** Αν φ η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{a} = (x, y)$ με τον άξονα $x'x$, τότε $0 \leq \varphi < 2\pi$. **(Μονάδες 2)**
- ε)** Τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά αν και μόνο αν είναι: $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B\Gamma}) = 0$. **(Μονάδες 2)**

ΘΕΜΑ Β

Στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy , δίνεται το τρίγωνο $OB\Gamma$ με πλευρές τα διανύσματα $\overrightarrow{OB} = (\alpha, \beta)$, $\overrightarrow{O\Gamma} = (2\beta, \alpha - 6)$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, και διάμεσο το διάνυσμα $\overrightarrow{OM} = (7, 1)$.

- B.1.** Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 6$. **(Μονάδες 6)**
- B.2.** Να αποδείξετε ότι ο κύκλος διαμέτρου $B\Gamma$ διέρχεται από την αρχή O των αξόνων. **(Μονάδες 6)**

- B.3.** Από το M φέρνουμε ευθεία παράλληλη στην OB, που τέμνει την ΟΓ στο N. Να βρείτε τις συντεταγμένες του N. **(Μονάδες 6)**
- B.4.** Να βρείτε τη γωνία ONB. **(Μονάδες 7)**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - (\lambda + 4)x + \lambda y + 2\lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, (1).

- Γ.1.** Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο, του οποίου να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα ρ. **(Μονάδες 5)**
- Γ.2.** Από τους παραπάνω κύκλους να βρείτε την εξίσωση εκείνου, που έχει το κέντρο του στην ευθεία $\eta: 3x + 5y - 4 = 0$. **(Μονάδες 5)**
- Γ.3.** Να δείξετε ότι το κέντρο K, κάθε κύκλου που παριστάνει η (1), κινείται σε μια ευθεία (ε), της οποίας να βρείτε την εξίσωση. **(Μονάδες 7)**
- Γ.4.** Αν η (ε) έχει εξίσωση την $x + y - 2 = 0$, να βρείτε την ελάχιστη απόσταση του K από το O. **(Μονάδες 8)**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παραβολή $C: y^2 = 12x$ και το σημείο $E'(-3, 0)$. Έστω $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ οι εφαπτόμενες της C που άγονται από το E' και M_1, M_2 τα σημεία επαφής αντίστοιχα.

- Δ.1.** Να βρείτε την εστία E και τη διευθετούσα δ της C. **(Μονάδες 2)**
- Δ.2.** Να βρείτε τις εξισώσεις των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$. **(Μονάδες 8)**
- Δ.3.** Αν οι $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ έχουν αντίστοιχα εξισώσεις $x - y + 3 = 0$, $x + y + 3 = 0$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $E'M_1M_2$. **(Μονάδες 5)**
- Δ.4.** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου C_1 , με κέντρο O, που εφάπτεται στην ε_1 . **(Μονάδες 4)**
- Δ.5.** Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης C_2 με εστίες τα σημεία E', E και εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{3}{4}$. **(Μονάδες 6)**

*Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
Καλή επιτυχία!*

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Κωνσταντίνος Πιπίλης

1. Μπουλούμης Δημήτριος
2. Παπαδημητρίου Δημήτριος
3. Πιπινάς Γεώργιος