

ΘΕΜΑ 1

1) Να δοθεί ο ορισμός της έλλειψης με εστίες τα σημεία E και E' (μον.5)

2) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, \psi_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, \psi_2)$ και $\vec{\gamma} = (x_3, \psi_3)$.

Δείξτε ότι $\vec{\alpha}(\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \vec{\alpha}\vec{\beta} + \vec{\alpha}\vec{\gamma}$ (μον.10)

3) Να χαρακτηρίσετε με «Σωστό» ή «Λάθος» τις παρακάτω προτάσεις

i) Αν A και B σημεία του επιπέδου τότε οι συντεταγμένες του μέσου M του AB είναι $(\chi_A + \chi_B, \psi_A + \psi_B)$.

ii) Η εξίσωση της διευθετούσας της παραβολής $\psi^2 = 2p\chi$ είναι $\chi = \frac{p}{2}$.

iii) Το εμβαδόν του τριγώνου MAB είναι ίσο με $\frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \vec{MA}, \vec{MB} \end{pmatrix} \right|$

iv) Η εξίσωση $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία για κάθε $A, B, \Gamma \in \mathbb{R}$

v) Αν $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha}\vec{\beta} = -\left| \vec{\alpha} \right| \left| \vec{\beta} \right|$ (μον.10)

ΘΕΜΑ 2

Δίνετε σημείο A(0,3) και ευθεία $\varepsilon_1 : \psi = \chi - 1$

A) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ε_2 που διέρχεται από το A και είναι παράλληλη στην ε_1 . (μον.8)

B) Να βρείτε σημείο M της ε_1 τέτοιο ώστε $\vec{AM} \perp \varepsilon_1$. (μον.9)

Γ) Να βρεθεί η απόσταση του A από την ε_1 . (μον. 8)

ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε τα σημεία $A(0, -1)$, $B(1, -4)$, $\Gamma(5, 4)$ και M το μέσο του $B\Gamma$.

- i) Να υπολογιστούν τα $\vec{AB}$ και $\vec{AG}$. (μον.5)
- ii) Δείξτε ότι $\vec{AM} \perp \vec{AB}$. (μον.8)
- iii) Να υπολογιστεί το διάνυσμα $\text{προβ}_{\vec{AG}} \vec{AB}$. (μον.8)
- iv) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που έχει εστία το A και άξονα συμμετρίας τον $\psi\psi$. (μον.4)

ΘΕΜΑ 4

Δίνετε η εξίσωση $C: x^2 + y^2 - \lambda x + y + \frac{5}{4} = 0$.

- A) Να βρεθούν τα $\lambda \in \mathbf{R}$ για τα οποία η C παριστάνει κύκλο. (μον.9)
- B) Ποιος από τους παραπάνω κύκλους έχει κέντρο στην ευθεία $y = x - 1$. (μον.6)
- Γ) Για ποιο λ ο κύκλος C εφάπτεται στον $x'x$. (μον.7)
- Δ) Να βρεθεί η εξίσωση της γραμμής στην οποία βρίσκονται τα κέντρα των παραπάνω κύκλων. (μον.3)