



Προαγωγικές Εξετάσεις Β' τάξης  
**ΘΕΤΙΚΗ-ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ**  
Εξεταζόμενο μάθημα : **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**  
Σελίδες : 2 (ΔΥΟ)

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

Α. Έστω (ε) η εφαπτομένη του κύκλου C:  $x^2+y^2=\rho^2$  σε ένα σημείο του  $A(x_1,y_1)$ . Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της (ε) είναι :  $xx_1+yy_1=\rho^2$

(Μονάδες 10)

Β. Έστω δύο σημεία  $E', E$  ενός επίπεδου. Τι ονομάζεται έλλειψη με εστίες τα σημεία  $E', E$  και μεγάλο άξονα  $2a > (EE), a > 0$ ; Ποια είναι η εκκεντρότητα της;

(Μονάδες 7)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν  $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ , τότε  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$  και αντιστρόφως.
2. Τα μοναδιαία διανύσματα  $\vec{i}, \vec{j}$  είναι ίσα.
3. Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  είναι κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{n} = (A, B)$ .
4. Οι ελλείψεις με την ίδια εκκεντρότητα λέγονται όμοιες.

(Μονάδες  $2 \cdot 4 = 8$ )

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $2|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 2$  και η γωνία των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι  $60^\circ$ .

Α. Βρείτε το  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ .

(Μονάδες 5)

Β. Αν  $\vec{\gamma} = 4\vec{\alpha} - \vec{\beta}$  βρείτε το  $|\vec{\gamma}|$ .

(Μονάδες 7)

Γ. Να υπολογίσετε το  $\sin(\vec{\alpha}, \vec{\gamma})$ .

(Μονάδες 13)

### Θέμα 3<sup>ο</sup>

Δίνονται τα σημεία  $A(1,3), B(-2,2)$  και η ευθεία  $\varepsilon: 3x+y+a=0$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .

**A.** Αν η απόσταση του  $A$  από το  $B$  είναι ίση με την απόσταση του  $A$  από την ευθεία  $\varepsilon$  να βρείτε την τιμή του  $a$ .

(Μονάδες 8)

**B.** Αν  $a=4$  βρείτε

i. Το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ , όπου  $\Gamma$  το σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon$  με τον άξονα  $y'y$ .

(Μονάδες 8)

ii. Ποιο σημείο της ευθείας  $\varepsilon$  έχει την πιο μικρή απόσταση από την αρχή  $O$  των αξόνων.

(Μονάδες 9)

### Θέμα 4<sup>ο</sup>

Δίνεται η εξίσωση  $C: x^2+y^2-6\lambda x-8\lambda y=0$ ,  $\lambda$ .

**A.** Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

(Μονάδες 8)

**B.** Να αποδείξετε ότι οι κύκλοι  $C$  διέρχονται από την αρχή των αξόνων.

(Μονάδες 5)

**Γ.** Έστω  $C_1$  ο κύκλος που προκύπτει για  $\lambda=1$  και η ευθεία  $(\varepsilon)$  με εξίσωση  $y=kx+2$ . Να βρείτε το  $k$  ώστε η ευθεία  $(\varepsilon)$  να τέμνει τον κύκλο  $C_1$  σε δυο σημεία  $A$  και  $B$  έτσι ώστε η γωνία  $\angle AOB=90^\circ$ .

(Μονάδες 12)

#### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

- Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στη φωτοτυπία των θεμάτων. Καμία άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται.
- Να γράψετε όλες τις απαντήσεις στην κόλλα σας.
- Διάρκεια εξέτασης δύο (2) ώρες.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!**

Ο Διευθυντής

Οι εισηγητές