

ΑΡΧΗ 1 ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

1^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : ΔΥΟ (2)

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζουμε γεωμετρική πρόοδο ; **Μονάδες 5**

A2. Να αποδείξετε ότι το $x - \rho$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$, αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

Μονάδες 12

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου αν $2\beta = \alpha + \gamma$.

β) Κάθε σταθερό μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν.

γ) Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει: $\log_a(\theta_1\theta_2) = \log_a\theta_1 \cdot \log_a\theta_2$

δ) Αν $a > 1$ τότε η συνάρτηση $f(x) = a^x$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$. **Μονάδες 4 x 2 = 8**

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + ax + 3$ που έχει ρίζα το $x = 1$.

B1. Να αποδείξετε ότι $a = 2$ **Μονάδες 9**

B2. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$ **Μονάδες 8**

B3. Να λύσετε την ανίσωση : $P(x) > 0$ **Μονάδες 8**

ΤΕΛΟΣ 1 ΗΣ ΑΠΟ 2 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΘΕΜΑ Γ

Έστω (a_n) μια αριθμητική πρόοδος με $S_3 = 15$ και $a_4 = a_2 + 6$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $a_1 = 2$ και $\omega = 3$

Μονάδες 8

Γ2. Να βρείτε το άθροισμα $A = (1 - \alpha_1) + (1 - \alpha_3) + (1 - \alpha_5) + \dots + (1 - \alpha_{2011})$.

Μονάδες 8

Γενίκευση (δεν ζητήθηκε στις εξετάσεις): Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί κ, λ , να υπολογίσετε το άθροισμα: $A = (\kappa - \lambda\alpha_1) + (\kappa - \lambda\alpha_3) + (\kappa - \lambda\alpha_5) + \dots + (\kappa - \lambda\alpha_{2011})$

Γ3. Έστω (β_n) μια γεωμετρική πρόοδος με $\beta_1 = a_1$ και $\beta_2 = a_3$, να βρείτε ποιός είναι ο **πρώτος** όρος της (β_n) που υπερβαίνει το 500.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{4^x - 2^x}{2^{x+1} + 4}$

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 5

Δ2. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = -2\ln 2$.

Μονάδες 6

Δ3. Να λυθεί η ανίσωση $f(x) < 0$.

Μονάδες 7

Δ4. Να αποδείξετε ότι : $f(x) = (x-1)\ln 2 + \ln \frac{2^x - 1}{2^x + 2}$

Μονάδες 7

Εξτρά ερώτημα (που δεν ζητήθηκε στις εξετάσεις):

Για $x_1, x_2 \in A_f$ τέτοια ώστε $f(x_1) = f(x_2)$, να δείξετε ότι $x_1 = x_2$

Διευθυντής

Εισηγητές

.....

.....

.....

.....