



**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.** Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου  $P(x)$  με το  $x-p$  είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για  $x=p$ . Είναι δηλαδή  $u=P(p)$

**Μονάδες 13**

**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

**B.1** Αν  $a>0$  με  $a \neq 1$ , τότε για οποιουδήποτε  $\theta_1, \theta_2 > 0$  ισχύει ότι  $\log_a(\theta_1 + \theta_2) = \log_a \theta_1 \cdot \log_a \theta_2$

**B.2** Αν  $\theta$  είναι μια λύση της εξίσωσης  $\eta\mu x = a$ , αν δηλαδή ισχύει  $\eta\mu x = \eta\mu \theta$ , τότε οι λύσεις της εξίσωσης αυτής δίνονται από τους τύπους  $x = 2k\pi + \theta$  ή  $x = 2k\pi - \theta$  με  $k \in \mathbb{Z}$ .

**B.3** Αν  $\theta$  είναι μια λύση της εξίσωσης  $\sigma\upsilon\nu x = a$ , αν δηλαδή ισχύει  $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu \theta$ , τότε οι λύσεις της εξίσωσης αυτής δίνονται από τους τύπους  $x = 2k\pi + \theta$  ή  $x = 2k\pi - \theta$  με  $k \in \mathbb{Z}$ .

**B.4** Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει  $\beta^2 = \alpha\gamma$

**B.5** Κάθε συνάρτηση της μορφής  $f(x) = a^x$  με  $x \in \mathbb{R}$  και  $0 < a < 1$ , είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ . Δηλαδή για κάθε  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  ισχύει: αν  $x_1 < x_2$ , τότε  $a^{x_1} < a^{x_2}$

**B.6** Κάθε σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν

**Μονάδες 2x6=12**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 2$  το οποίο έχει παράγοντα το  $x-2$ . και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου  $P(x)$  με το πολυώνυμο  $x-3$  είναι ίσο με 4, τότε

A) Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$ .

**Μονάδες 12**

B) Για  $\alpha = -4$  και  $\beta = 5$  να λυθεί η ανίσωση  $P(x) < 0$ .

**Μονάδες 13**

**ΘΕΜΑ 3°**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{2^{2x+1} - 4 \cdot 2^x}$

A) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 13**

B) Να λυθεί η εξίσωση  $f(x)=4$

**Μονάδες 12**

**ΘΕΜΑ 4°**

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος  $(a_n)$  η οποία έχει δεύτερο όρο  $a_2=\ln 4$  και τρίτο όρο  $a_3=\ln 8$ . Να αποδείξετε ότι

A) Η διαφορά της προόδου είναι  $\omega=\ln 2$ .

**Μονάδες 6**

B) Ο πρώτος όρος της προόδου είναι  $a_1=\ln 2$

**Μονάδες 6**

Γ) Ο νιοστός όρος της προόδου είναι  $a_v = \ln 2^v$  για κάθε  $v \in \mathbb{N}^*$

**Μονάδες 6**

Δ) Το άθροισμα  $S_{100}$  των 100 πρώτων όρων της προόδου είναι  $S_{100}=5050 \cdot \ln 2$ .

**Μονάδες 7**

Η ικανότητα μπορεί να σε πάει στην κορυφή, αλλά μόνο ο χαρακτήρας μπορεί να σε κρατήσει εκεί

**ΟΔΗΓΙΕΣ**

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα

Διάρκεια εξέτασης δύο (2) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

