

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ
ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α.

A1 Να αποδείξετε ότι: $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. (10 μόρια)

A2. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας και να συμπληρώσετε στον παρακάτω πίνακα το πλήθος των ριζών και τους τύπους των ριζών (αν υπάρχουν).

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$	Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$
$\Delta > 0$	
$\Delta = 0$	
$\Delta < 0$	

(5 μόρια)

A3. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ).

- i. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει: $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$. (2 μόρια)
- ii. Αν η γωνία ω που σχηματίζει μια ευθεία ε με τον άξονα $x'x$ είναι αμβλεία τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας είναι αρνητικός. (2 μόρια)
- iii. Η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ με α, β πραγματικούς έχει ακριβώς μια λύση αν $\alpha \neq 0$. (2 μόρια)
- iv. Η εξίσωση $x^n = \alpha$ με $\alpha > 0$ και n άρτιο φυσικό αριθμό έχει ακριβώς μια λύση, την $\sqrt[n]{\alpha}$. (2 μόρια)
- v. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β, γ ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma > \beta\gamma$. (2 μόρια)

ΘΕΜΑ Β.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3x + \beta$ με $\beta \in \mathbb{R}$.

- B1.** Να βρείτε την τιμή του β , ώστε το σημείο $A(1,4)$ να ανήκει στη γραφική παράσταση της f . (9 μόρια)
- B2.** Αν $\beta = 1$ τότε να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τους άξονες. (8 μόρια)
- B3.** Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες $\psi = 3x + \beta$ και $\psi = (3\lambda^2)x + \beta + 1$ να είναι παράλληλες. (8 μόρια)

(Συνέχεια στην επόμενη σελίδα)

ΘΕΜΑ Γ.

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + \lambda = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$, η οποία έχει δύο ρίζες πραγματικές τις x_1, x_2 .

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\lambda \leq 4$. (6 μόρια)

Γ2. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες ισχύει η σχέση:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} - (x_1 x_2)^2 \leq 1. \quad (10 \text{ μόρια})$$

Γ3. Για την μεγαλύτερη τιμή του λ που βρήκατε στο ερώτημα Γ2 να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης $A = \frac{x_1 + 2}{x_1} + \frac{x_2 + 2}{x_2}$ (9 μόρια)

ΘΕΜΑ Δ.

Δίνεται η παράσταση $\alpha = -\sqrt{\sqrt{81} + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} + 8\sqrt{3} \cdot \frac{3 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$ και η συνάρτηση

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2\sqrt[3]{\alpha}}.$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 27$. (9 μόρια)

Δ2 Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . (8 μόρια)

Δ3 Να λύσετε την ανίσωση $|x - f(2)| \leq 1$ (8 μόρια)

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα στην κόλα σας.

Καλή επιτυχία

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ