

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΑΣΠΡΟΠΥΡΓΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011-2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 11/6/2012

ΘΕΜΑ 1^ο

A Αν α και β είναι δύο πραγματικοί αριθμοί, να αποδείξετε ότι:

$$|\alpha\beta| = |\alpha||\beta|$$

Μονάδες 10

B Να δώσετε τον ορισμό της ν-οστής ρίζας ενός μη αρνητικού αριθμού α .

Μονάδες 5

Γ Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ)

i) Για ένα ενδεχόμενο A και το συμπληρωματικό του A' ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $P(A) + P(A') = 1$.

ii) Αν η δευτεροβάθμια εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο πραγματικές ρίζες x_1 και x_2 τότε ισχύει

$$x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}.$$

iii) $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$, για κάθε πραγματικό αριθμό α .

iv) Για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει η ισότητα:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

v) Αν $\alpha > \beta$ και $\beta > \gamma$, τότε $\alpha > \gamma$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 2^ο

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις και ανισώσεις:

i)
$$\frac{|x-1|+5}{3} + \frac{|1-x|}{4} = \frac{|x-1|+8}{4}.$$

Μονάδες 8

ii)
$$x^2 - 5x + 6 \geq 0.$$

Μονάδες 8

iii)
$$(x^2 + 2)(x^2 - 2x) = -x^2 - 2.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Σε καρτεσιανό σύστημα αξόνων θεωρούμε την ευθεία με εξίσωση $(\delta): y = x + 5$ και το σημείο $A(2,1)$.

- i) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο A και είναι παράλληλη στην ευθεία (δ) . **Μονάδες 8**
- ii) Να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας (ε) με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ καθώς και την γωνία που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τον άξονα $x'x$. **Μονάδες 8**
- iii) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το σημείο $B(\lambda^2 - |\lambda|, -2)$ να ανήκει στην ευθεία (ε) . **Μονάδες 9**

ΘΕΜΑ 4ο

Θεωρούμε την δευτεροβάθμια εξίσωση $x^2 - \sqrt{\lambda + 14} \cdot x + 2\lambda = 0$, όπου $\lambda > -14$.

- i) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ ώστε η παραπάνω εξίσωση να έχει δύο διαφορετικές πραγματικές ρίζες. **Μονάδες 7**
- ii) Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού λ οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης είναι ετερόσημες; **Μονάδες 7**
- iii) Να δείξετε ότι για $\lambda = 2$ η εξίσωση έχει μία ρίζα ρ την οποία να προσδιορίσετε. **Μονάδες 4**
- iv) Για την τιμή του ρ που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$S = \sqrt{\sqrt{\rho}} \cdot \sqrt{\rho\sqrt{\rho}}$$

Μονάδες 7

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Η ΑΝΑΠΛ. ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ