

ΕΞΕΤΑΣΤΕΣ

ΘΕΜΑ Α

- A.** Να δείξετε ότι αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει πραγματικές ρίζες x_1 και x_2 , τότε για το άθροισμα S και το γινόμενο P αυτών ισχύουν οι τύποι: $S = -\frac{\beta}{\alpha}$ και $P = \frac{\gamma}{\alpha}$. (μονάδες 10)
- B.** Να γράψετε τον ορισμό της n -οστής ρίζας μη αρνητικού αριθμού a . (μονάδες 5)
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι **σωστή** ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι **λανθασμένη**.
- α.** Η ισότητα $|\alpha^2| = \alpha^2$ ισχύει μόνο όταν ο αριθμός α είναι θετικός.
- β.** Ισχύει η ισοδυναμία: $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta| \Leftrightarrow \alpha\beta \geq 0$.
- γ.** Η εξίσωση $x^v = \alpha$, με $\alpha < 0$ και v περιττό φυσικό έχει μία λύση ως προς x .
- δ.** Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$.
- ε.** Αν η f είναι συνάρτηση από το A στο B , υπάρχουν $x \in A$ που έχουν δύο τιμές στο B .

(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} (\lambda + 1)x - 5, & x \leq 2 \\ x^2 + \lambda x - 7, & x > 2 \end{cases}$, όπου λ είναι πραγματικός αριθμός.

- α.** Να βρείτε τις τιμές $f(2)$, $f(6)$ και $f(8)$ συναρτήσει του λ . (μονάδες 9)
- β.** Αν οι παραπάνω τιμές, με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να δείξετε ότι είναι $\lambda = -2$. (μονάδες 9)
- γ.** Να βρείτε τη διαφορά ω της προόδου. (μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τριώνυμο του x : $2x^2 - 2(\lambda - 3)x - \lambda + 3$ (1), όπου λ πραγματική παράμετρος.

- α. Να δείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου (1) παίρνει τη μορφή $\Delta = 4(\lambda - 1)(\lambda - 3)$. (μονάδες 5)
- β. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες το τριώνυμο (1), είναι θετικό για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (μονάδες 7)
- γ. Να βρείτε τον αριθμό $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$. (μονάδες 6)
- δ. Για $\lambda = -2$, να βρείτε το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών του τριωνύμου (1). (μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 7|x| + 10}{x^2 - 4}$.

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (μονάδες 5)
- β. Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης f και να δείξετε ότι $f(x) = \frac{|x| - 5}{|x| + 2}$. (μονάδες 7)
- γ. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$. (μονάδες 6)
- δ. Να βρείτε τα διαστήματα του x στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης f κάτω από την ευθεία $y = \frac{1}{2}$. (μονάδες 7)

Ο
Διευθυντής

Οι εισηγητές