



2ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΡΟΔΟΥ
ΚΑΖΟΥΛΛΕΙΟ
ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΤΡΙΤΗ 29 ΜΑΙΟΥ 2012

Ονοματεπώνυμο:..... Α.Κ.....

ΘΕΜΑ Α

1. Η δευτεροβάθμια εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ (I) έχει ρίζες τους αριθμούς x_1, x_2 .

Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των ριζών της (I) δίνεται από το τύπο:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}.$$

Μονάδες 10

2. Τι ονομάζουμε συνάρτηση από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B με $A, B \neq \emptyset$;

Μονάδες 5

3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

Μονάδες 2x5=10

α. Το σημείο M(x,y) με $x > 0$ και $y < 0$ βρίσκεται στο 2^ο τεταρτημόριο.

β. Η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$ με $a \neq 0$ έχει δυο άνισες ρίζες όταν $\Delta \leq 0$.

γ. Η εξίσωση $x^v = a$, με ν περιττό και α αρνητικό είναι αδύνατη.

δ. Για οποιουδήποτε ομόσημους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|α + β| = |α| + |β|$.

ε. Αν δυο αριθμοί x_1, x_2 έχουν άθροισμα S και γινόμενο P, τότε η εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς x_1 και x_2 είναι η: $x^2 - Sx + P = 0$.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο: $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 2x}$

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

2. Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης f.

3. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες x'x και y'y.

4. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\Pi = \frac{2014^3 - 4 \cdot 2014}{2014^2 + 2 \cdot 2014}$.

Μονάδες 7+6+6+6=25

ΘΕΜΑ Γ

Θεωρούμε το δειγματικό χώρο $\Omega = \{-5, -4, -3, \dots, 10\}$, που αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα, και τα ενδεχόμενα του:

$$A = \{x \in \Omega / |x - 4| \leq 2\}$$

$$B = \{x \in \Omega / x^2 - 4 \cdot x + 3 \geq 0\}$$

$$\Gamma = \{\lambda \in \Omega / \text{η εξίσωση } x^2 + (1 - \lambda) \cdot x + 1 = 0, \text{ έχει διπλή ρίζα}\}.$$

1. Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα σύνολα A , B και Γ .
2. Δείξτε ότι το ενδεχόμενο να πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα A και B είναι το βέβαιο ενδεχόμενο.
3. Να αποδείξετε ότι: $P(\Gamma - B) = 0$.

Μονάδες 15+5+5=25

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = x^2 + \kappa \cdot x - 2 \text{ και}$$

$$g(x) = (\lambda^5 - 32) \cdot x + 4 \text{ με } \kappa, \lambda \in \mathbb{R}.$$

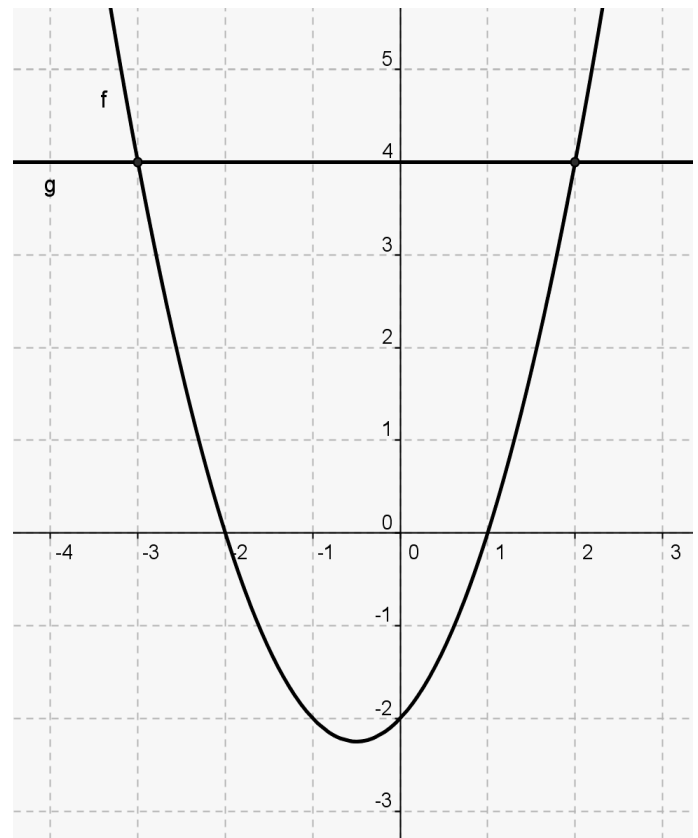
1. Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει το άξονα $x'x$ σε δύο διαφορετικά σημεία για κάθε τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$.
2. Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η γραφική παράσταση της g να είναι παράλληλη προς τον άξονα $x'x$.
3. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των f και g , για $\kappa=1$ και $\lambda=2$.

Να βρείτε:

i. Την τιμή της παράστασης:

$$A(x) = \frac{1}{\sqrt{f(3)} - g(x)} - \frac{1}{\sqrt{f(3)} + g(x)}.$$

ii. Τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης f είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της g (να αποδείξετε αλγεβρικά τις απαντήσεις σας).



Μονάδες 6+6+(7+6)=25

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ